Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Atmósfera y los Océanos

Guía de Trabajos Prácticos del Laboratorio Numérico de Circulación General y Circulación General de la Atmósfera

(Parte: Modelo Atmosférico)

Autores:

Carolina Vera
Profesora Adjunta D.E.

Paula González
Ayudante de 1^a D.S.

Edición 2007

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.$^{\text{do}}$ Cuatrimestre 2007

Práctica 1

Comenzaremos trabajando con una simulación de ejemplo. Las características de la simulación y las salidas del modelo pueden encontrarse en:

`/home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/exp/spectral_shallow/QUASI.`

Este ejemplo contiene una simulación realizada con el modelo espectral shallow water para analizar la respuesta dinámica de la atmósfera ante el forzante de una topografía aislada. En particular, esta simulación intenta representar el efecto de el *Macizo Tibetano*, simplificado como una perturbación circular en el sudeste de Asia.

El archivo *namelists* asociado a esta simulación fue seteado con los siguientes parámetros:

```
&main_nml
    days   = 100,
    dt_atmos = 600 /

&atmosphere_nml
  print_interval = 86400, /

&shallow_dynamics_nml
  num_lon             = 256,
  num_lat             = 128,
  num_fourier         = 85,
  num_spherical       = 86,
  fourier_inc         = 1,
  damping_option      = 'resolution_dependent',
  damping_order       = 4,
  damping_coeff       = 16.e-04,
  h_0                 = 3.e04,
  grid_tracer         = .true.,
  spec_tracer         = .true.,
  robert_coeff        = 0.04
  robert_coeff_tracer = 0.04, /

&shallow_physics_nml
  fric_damp_time  = -50.0,
  therm_damp_time = -10.0,
  del_h           =  2.e04,
  h_0             =  4.e04,
```

```
h_amp          =  5.e04,
h_lon          =  109.0,
h_lat          =  34.0,
h_width        =  10.0,
itcz_width     =  10.0,
h_itcz         =  0.e04, /
```

como puede verificarse en :

/home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/exp/spectral_shallow/QUASI/input.nml.

La función forzante para la altura, definida en la subrutina *shallow_physics.f90*, fue fijada como:

```
do j = js, je
  do i = is, ie
     xx = (deg_lon(i) - h_lon)/(h_width*1.0)
     yy = (deg_lat(j) - h_lat)/h_width
     dd =  xx*xx + yy*yy
     h_eq(i,j) = h_0 + h_amp*max(1.e-10, exp(-dd))
  end do
end do

do j = js, je
  yy = deg_lat(j)/itcz_width
  dd = yy*yy
  h_eq(:,j) = h_eq(:,j) + h_itcz*exp(-dd)
end do
```

en la cual los $do - loops$ cubren la totalidad de la Tierra, siendo *deg_lon* y *deg_lat* la longitud y la latitud del modelo, respectivamente.

Utilizando las salidas de esta simulación:

1. Graficar la variable fr y describir la función forzante. Graficar el campo de vorticidad (*vor*) para los días 10, 40 y 70. Comentar lo observado en dichos gráficos.
2. Estimar el tiempo en que considera que la solución se vuelve estacionaria.
3. Encontrar la relación entre el campo de alturas (h) y el campo de viento zonal (*ucomp*).

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.^{do} Cuatrimestre 2007

Práctica 2

Ejercicio 1

Generar una simulación de 70 días con la siguiente configuración:

```
h_amp           = 0,
itcz_width      = 20.0,
h_itcz          = 1.e04,
```

- Graficar en un dominio global y describir:
  a. el forzante;
  b. el viento zonal en el día 70;
  c. el gradiente meridional de vorticidad relativa en el día 70;
  d. el gradiente meridional de verticidad absoluta en el día 70;
  e. el número de onda estacionario Ks en el día 70;
  f. el número de onda Ks transformado en cantidad de ondas por círculo de latitud.
- Suponiendo que el día 70 de la simulación representa un estado básico, discutir las condiciones para la propagación meridional de ondas.

Ejercicio 2

Generar una simulación de 70 días con la siguiente configuración:

```
h_amp           = 5.e04,
h_lat           = -10.0,
h_lon           = 70.0,
h_width         = 10.0, (en dirección meridional)
itcz_width      = 20.0,
h_itcz          = 1.e04,
```

tal que la perturbación aislada sea asimétrica, con el doble de ancho en la dirección x que en la dirección y.

- Graficar en un dominio global y describir:

  a. el forzante;
  b. el viento zonal en el día 70;
  c. el gradiente meridional de vorticidad relativa en el día 70;
  d. el gradiente meridional de verticidad absoluta en el día 70;
  e. el número de onda estacionario Ks en el día 70;
  f. el número de onda Ks transformado en cantidad de ondas por círculo de latitud.

- Suponiendo que el día 70 de la simulación representa un estado básico, discutir las condiciones para la propagación meridional de ondas y compararlas con aquellas obtenidas en el *Ejercicio 1*.

Ejercicio 3

El directorio *jet_ufr* contiene una simulación de 100 días en la cual el forzante afecta la componente zonal del viento y no la altura. Tal simulación está descripta por los siguiente parámetros:

- en el archivo *namelists*:

```
fric_damp_time  = -10.0,
therm_damp_time = -10.0,
del_h           = 2.e04,
h_0             = 4.e04,
h_amp           = 0.e04,
h_lon           = 295.0,
h_lat           = -15.0,
h_width         = 15.0,
itcz_width      = 15.0,
h_itcz          = 0.e04,
```

- en la subrutina *shallow_physics.f90*:

```
j_amp=65.0
j_width=10.0
jet_lat=30

(...)

do j = js, je
  yyn = (deg_lat(j)-jet_lat)/j_width
  yys = (deg_lat(j)+jet_lat)/j_width
  ddn = yyn*yyn
  dds = yys*yys
   h_eq(:,j) = h_0 + h_itcz*exp(-dd)
   u_per(:,j) = j_amp*exp(-dds)+j_amp*exp(-ddn)
```

```
end do

(...)

dt_ug = dt_ug - kappa_m*(ug(:,:,previous)-u_per)
dt_vg = dt_vg - kappa_m*(vg(:,:,previous))
!dt_hg = dt_hg - kappa_t*(hg(:,:,previous) -h_eq - h_per)
```

- Graficar en un dominio global y describir:
  a. el forzante;
  b. el viento zonal en el día 100;
  c. el gradiente meridional de vorticidad relativa en el día 100;
  d. el gradiente meridional de verticidad absoluta en el día 100;
  e. el número de onda estacionario Ks en el día 100;
  f. el número de onda Ks transformado en cantidad de ondas por círculo de latitud.
- Suponiendo que el día 100 de la simulación representa un estado básico, discutir las condiciones para la propagación meridional de ondas.
- Graficar el perfil meridional de viento zonal en el estado estacionario y describir qué esperaría que suceda con las hipotéticas perturbaciones inmersas en este flujo (idea: inestabilidad barotrópica).

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.$^{\text{do}}$ Cuatrimestre 2007

Práctica 3

Ejercicio 1

Generar, utilizando el modo 'restart', las siguientes simulaciones de 10 días a partir del estado básico del *Ejercicio 1* de la *Práctica 2*.

- FUENTE 1:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  220.0,
h_lat2          = -28.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

- FUENTE 2:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  220.0,
h_lat2          = -46.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

Para cada una de estas simulaciones:

a. graficar las anomalías zonales de la función corriente (restando el campo correspondiente al estado básico) para los días 5 y 10;

b. construir diagramas de hovmoller zonales y meridionales centrados en la fuente;

c. discutir a partir de los gráficos anteriores la velocidad de fase (c), la velocidad de grupo (c_g), el número de onda zonal (k) y el número de onda meridional (l).

NOTA: Incluir en los gráficos un indicador de la posición de la fuente.

Ejercicio 2

Generar, utilizando el modo 'restart', las siguientes simulaciones de 10 días a partir del estado básico del *Ejercicio 2* de la *Práctica 2*.

- FUENTE 1:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  220.0,
h_lat2          = -28.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

- FUENTE 2:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  10.0,
h_lat2          = -28.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

- FUENTE 3:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  220.0,
h_lat2          = -46.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

Para cada una de estas simulaciones:

a. graficar las anomalías zonales de la función corriente (restando el campo correspondiente al estado básico) para los días 2, 4 y 8;

b. construir diagramas de hovmoller zonales y meridionales centrados en la fuente;

c. discutir a partir de los gráficos anteriores la velocidad de fase (c), la velocidad de grupo (c_g), el número de onda zonal (k) y el número de onda meridional (l).

NOTA: Incluir en los gráficos un indicador de la posición de la fuente.

Ejercicio 3

Generar, utilizando el modo 'restart', las siguientes simulaciones de 10 días a partir del estado básico del *Ejercicio 3* de la *Práctica 2*.

- FUENTE 1:

```
h_amp2          =  5.e04,
h_lon2          =  220.0,
h_lat2          = -28.0,
h_width2        =  10.0, (circular)
```

- FUENTE 2:

```
h_amp2           =  5.e04,
h_lon2           =  220.0,
h_lat2           = -46.0,
h_width2         =  10.0, (circular)
```

Para cada una de estas simulaciones:

a. graficar las anomalías zonales de la función corriente (restando el campo correspondiente al estado básico) para los días 5 y 10;

b. construir diagramas de hovmoller zonales y meridionales centrados en la fuente;

c. discutir a partir de los gráficos anteriores la velocidad de fase (c), la velocidad de grupo (c_g), el número de onda zonal (k) y el número de onda meridional (l).

NOTA: Incluir en los gráficos un indicador de la posición de la fuente.

Conclusiones Generales

A) Describir la evolución de las anomalías, especificando las características de su propagación y su desarrollo. En particular, comparar la onda asociada directamente con la fuente con aquellas que se generan remotamente.

B) Discutir la evolución de las anomalías en función de la ubicación relativa de las diferentes fuentes con respecto al estado básico.

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.^{do} Cuatrimestre 2007

Práctica 4

Ejercicio 1

Dada la simulación correspondiente a la *Fuente 1* del *Ejercicio 1* (*Práctica 3*), graficar para el día 3:

1. las energías potencial y cinética del flujo medio, superpuestas con las anomalías de altura de la superficie libre (en dos paneles verticales);
2. las energías potencial y cinética de las perturbaciones, superpuestas con las anomalías de altura de la superficie libre (en dos paneles verticales).

Justifique la posición relativa de las perturbaciones con respecto a las diferentes formas de energía.

Ejercicio 2

Dadas las simulaciones correspondientes a la *Fuente 1* de los *Ejercicios 1 y 3* (*Práctica 3*), graficar en dos paneles verticales:

1. la diferencia entre la energía cinética del flujo medio entre en día 7 y el día 1;
2. la diferencia entre la energía potencial del flujo medio entre en día 7 y el día 1.

Describa y justifique lo observado en dichas figuras.

Ejercicio 3

Considerar la simulación correspondiente a la *Fuente 1* del *Ejercicio 3* (*Práctica 3*), en el dominio (90 S - 20 N) X (80 W - 60 E) :

A) Evolución de la energía potencial de las perturbaciones

Grafique para los días 4, 6 y 8, en tres paneles verticales:

1. la energía potencial de las perturbaciones;

2. el término de conversión C(Az,Ae), superpuesto con el transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento meridional(en contornos);
3. el término de conversión C(Ke,Ae), superpuesto con el vector transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento ageostrófico.

Discuta detalladamente la evolución de la energía potencial de las perturbaciones y relacione la misma con las variaciones que presentan los términos de conversión.

B) Evolución de la energía cinética de las perturbaciones

Grafique para los días 4, 6 y 8, en tres paneles verticales:

1. la energía cinética de las perturbaciones;
2. el término de conversión C(Ae,Ke), superpuesto con el vector transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento ageostrófico;
3. el término de conversión C(Ke,Kz), superpuesto con el tranporte de las perturbaciones de viento zonal por las perturbaciones del viento meridional (en contornos).

Discuta detalladamente la evolución de la energía cinética de las perturbaciones, relacione la misma con las variaciones que presentan los términos de conversión, así como con los resultados obtenidos en el ejercicio 3A.

Ejercicio 4

Considerar la simulación correspondiente a la *Fuente 1* del *Ejercicio 1* (*Práctica 3*), en el dominio (90 S - 20 N) X (140 W - 360 W) :

A) Evolución de la energía potencial de las perturbaciones

Grafique para los días 4, 7 y 10, en tres paneles verticales:

1. la energía potencial de las perturbaciones;
2. el término de conversión C(Az,Ae), superpuesto con el transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento meridional(en contornos);
3. el término de conversión C(Ke,Ae), superpuesto con el vector transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento ageostrófico.

Discuta detalladamente la evolución de la energía potencial de las perturbaciones y relacione la misma con las variaciones que presentan los términos de conversión. Compare con lo obtenido en el *Ejercicio 3A*.

B) Evolución de la energía cinética de las perturbaciones

Grafique para los días 4, 7 y 10, en tres paneles verticales:

1. la energía cinética de las perturbaciones;
2. el término de conversión C(Ae,Ke), superpuesto con el vector transporte de las perturbaciones en la superficie libre por las perturbaciones del viento ageostrófico;
3. el término de conversión C(Ke,Kz), superpuesto con el tranporte de las perturbaciones de viento zonal por las perturbaciones del viento meridional (en contornos).

Discuta detalladamente la evolución de la energía cinética de las perturbaciones, relacione la misma con las variaciones que presentan los términos de conversión, así como con los resultados obtenidos en el *Ejercicio 4A*. También compare con los resultados obtenidos en el *Ejercicio 3B*.

NOTA: Al igual que en la práctica anterior, los campos deben ser corregidos restando el efecto del último día de la simulación del estado básico.

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Atmósfera y los Océanos

Material Adicional

(Parte: Modelo Atmosférico)

Autores:

Carolina Vera

Profesora Adjunta D.E.

Paula González

Ayudante de 1^a D.S.

Edición 2007

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.^{do} Cuatrimestre 2007

Instructivo Modelo FMS Shallow Water

Aspectos Prácticos

El modelo que utilizaremos en esta parte de la materia pertenece al conjunto Flexible Modelling System, desarrollado por el Geophysical Fluids Dynamics Laboratory (NOAA). Una descripción completa de la dinámica del modelo y su implementación puede encontrarse en:

`/home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/src/atm_spectral_shallow/shallow.pdf.`

o en : Held, I. M., and M. J. Suarez, 1994: **A proposal for the intercomparison of the dynamical cores of atmospheric general circulation models**. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 75(10), 1825-1830.

1. Forzante

Puede considerarse que este modelo representa la evolución de una una capa de fluido poco profunda en la atmósfera alta. La *superficie libre* de esta capa es perturbada al relajar la altura h hacia una cierta función forzante fr. Esta función forzante puede interpretarse como el efecto tanto de una fuente de calor en las capas inferiores o como la interacción local entre el flujo medio y una barrera topográfica. Para forzar el modelo, uno puede seleccionar diferente tipos de perturbaciones. Se puede elegir una perturbación a lo largo del Ecuador para representar el efecto del calor liberado en la Zona de Convergencia Intertropical (ITCZ). En forma adicional, pueden fijarse perturbaciones en ubicaciones arbitrarias para representar el efecto de fuentes de calor o el efecto de la topografía. También pueden utilizarse perturbaciones que cambien con el tiempo.

2. Inspección de las soluciones

Los resultados de una simulación se guardan en un archivo NetCDF, con extensión .nc, y pueden ser explorados rápidamente con la aplicación *ncview*. Para ejecutar esta aplicación, tipear:

```
> ncview "nombre".nc
```

y se abrirá una nueva ventana con múltiples opciones.

Para probar esta aplicación, abrir una terminal y tipear:

```
> cd /home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/exp/spectral_shallow/QUASI
> ncview shallow.nc
```

Este ejemplo contiene una corrida del modelo en que se simuló el efecto local de la Meseta Tibetana (Práctica 1).

- Seleccionar la variable h y se abrirá una nueva venatan con el gráfico de esta variable en el primer tiempo.
- Para graficar los continentes (si no estuviesen presentes) presionar el botón y luego la opción 0,8 *degree coastlines*.
- El botón *forward* permite avanzar de un tiempo al siguiente y el botón *fast forward* inicia un loop con la evolución completa de la variable.
- Para graficar una serie de timpo en una cierta ubicación, clickear en el mapa sobre el punto elegido .
- Para generar un corte en una cierta latitud o longitud, modificar la opción *X Axis*. Si se selecciona *Lat* o *Lon* se obtendrá una latitud o una longitud fija, respectivamente.

3. Cómo generar una simulación

- El modelo espectral Shallow Water se ejecuta en el directorio:

  ```
  /home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/exp/spectral_shallow
  ```

  Para posicionarse en ese directorio, tipear:

  ```
  > cd Circulacion_General/atm_dycores/exp/spectral_shallow
  ```

- Dentro de ese directorio se encuentran tres archivos importantes:
  - el script *fms_runscript*, que ejecuta el modelo;
  - el script *fms_runscript_restart*, que ejecuta el modelo en el modo 'restart';
  - el archivo *namelists*, en el cual se setean los parámetros de la simulación.

- Antes de iniciar la simulación se debe diseñar el experimento, fijar los parámetros en el archivo *namelists* y modificar la subrutina *shallow_physics.f90* si fuese necesario. Para hacerlo, tipear:

  ```
  > kedit namelists
  ```

  y

  ```
  > cd /home/USERNAME/Circulacion_General/atm_dycores/src/atmos_spectral_shallow
  > kedit shallow_physics.f90
  ```

  y un editor de texto les permitirá modificar los archivos.

3.1. Diseño de los experimentos

Por defecto, el modelo parte del estado de reposo, con una altura uniforme h_0. El flujo se inicia al relajar la altura h a una función forzante fr. Las velocidades, por defecto, son relajadas linealmente hacia el reposo. Diseñar un experimento implica seleccionar la foram y la magnitud de las perturbaciones con el objecto de representar algún aspecto de la circulación global (por ejemplo, mayores alturas a lo largo del Ecuador representan el efecto de una fuente de caloren dicha región, y como respuesta, el modelo generará dos jets del oeste). Con este propósito, los siguientes parámetros deben setearse en el archivo *namelists* :

1. shallow_dynamical_nml
   - *h_0* : altura constante del estado inicial (unidades: m^2/s^2) (debe coincidircon la variable *h_0* de la sección shallow_physics_nml.
2. shallow_physics_nml
   - *h_0* : la altura hacia la cual el modelo es relajado lejos de las perturbaciones (m^2/s^2)
   - *h_itcz* : intensidad de la perturbación ubicada a lo largo del Ecuador (m^2/s^2).
   - *itcz_width* : ancho de la perturbación a lo largo del Ecuador (unidades: grados de latitud).
   - *h_amp* : amplitud de la perturbación aislada (m^2/s^2).
   - *h_width* : ancho de la perturbación aislada (grados).
   - *h_lat* : latitud del centro de la perturbación (grados).
   - *h_lon* : longitud del centro de la perturbación (grados).
   - *therm_damp_time* : inversa de la tasa a la cual la altura es relajada a la función forzante. Si el valor es negativo, se mide en días. De lo contrario, se mide en segundos.
   - *fric_damp_time* : inversa de la tasa a la cual u y v son relajados a la unción forzante para el campo de velocidades (por defecto, son relajados hacia el reposo). Si el valor es negativo, se mide en días. De lo contrario, se mide en segundos.

El código fuente en que se genera la función forzante se encuentra en:

`Circulacion_General/atm_dycores/src/atmos_spectral_shallow/shallow_physics.f90`

Una breve descripción del mismo se encuentra en:

`Circulacion_General/atm_dycores/src/atmos_spectral_shallow/shallow\_physics.html`

Dado que el archivo *namelists* se sobreescribe cada vez que se diseña un nuevo experimento, se incluye en el directorio un archivo de back up llamado *namelists.back*. Si el archivo original *namelists* fuese dañado, puede ser reemplazado tipeando:

```
> cp namelists.back namelists
```

3.2. Cómo ejecutar los scripts

Para iniciar una simulación se debe editar el script *fms_runscript* (o el script *fms_runscript_restart* para iniciar un restart) y modificar la duración de la simulación (elegir la cantidad deseada de días en la línea $days = 100$) y el paso temporal del modelo ($dt\_atmos = 600$), que está medido en segundos. Luego, se ejecuta el script *fms_runscript* especificando el nombre del experimento como argumento. Esto es :

```
> ./fms_runscript "nombre del experimento"
```

El script *fms_runscript* compilará automáticamente el código fuente cuando sea necesario (cada vez que se realice algún cambio en el código).

Como resultado, se generará una nueva carpeta con el nombre del experimento dentro del directorio *spectral_shallow* conteniendo los resultados de la simulación. El archivo con las salidas se denomina *shallow.nc* y está en formato NetCDF. Adicionalmente, una copia del archivo *namelists* correspondiente será copiado automáticamente en el directorio asociado al experimento.

Durante cada ejecución del modelo, se genera una carpeta temporaria con el nombre *workdir* dentro del directorio *spectral_shallow*. Si la simulación fuese interrumpida, este directorio *workdir* debe ser removido antes de iniciar una nueva simulación. Para ello tipear:

```
> rm -r  workdir/
```

Se debe remarcar que si se desea continuar con la simulación interrumpida a partir del modo *restart* se derá copiar el directorio *workdir* a una carpeta con el nombre del experimento, tipeando:

```
> mv -r  workdir/ "nombre del experimento"
```

3.3. Cómo utilizar el modo *restart*

Con cada simulación, una carpeta denominada *RESTART* se genera en el directorio *workdir*. Esta carpeta contiene información sobre el valor de las variables del modelo en el último tiempo de la salida. Si la simulación termina en forma exitosa, la carpeta *RESTART* es copiada al directorio con el nombre del experimento, con el resto de los archivos de salida. El modo *restart* puede ser utilizado para continuar una simulación que fue accidentalmente interrumpida o para generar un nuevo experimento donde algunos de los parámetros son alterados durante la simulación (por ejemplo, luego de los primeros 100 días de simulación, el forzante es modificado y la corrida es reiniciada). para iniciar una simulación en el modo *restart* se debe utilizar el script *fms_runscript_restart*, que es muy similar al script *fms_runscript*. Como en una simulación común, se debe seleccionar la longitud de la simulación y el paso temporal en el script *fms_runscript_restart*. La longitud , en este caso, representa la cantidad de días desde que el modelo es reinicializado. El script *fms_runscript_restart* leerá los parámetros para la simulación del archivo *namelists*, por lo cual se derá ser cuidadoso y verificar que sólo los parámetros deseados se hayan modificado con respecto a la simulación inicial. Para iniciar el modelo en modo *restart* tipear:

```
> ./fms_runscript_restart "nombre del experimento"
```

En este caso, el nombre del experimento debe ser el nombre del directorio con el experimento preexistente. Si esta simulación finaliza exitosamente, el archivo con las salidas de la primera simulación será renombrado como *shallow0.nc* la nueva salida se denominará *shallow1.nc*. Si se realizaran simulaciones en modo restart sucesivas, las salidas se denominarán *shallow2.nc*, etc.

Para combinar varios archivos NetCDF en un nuevo archivo .nc conteniendo el período completo, se utilizan los operadores *NetCDF Operators*. Por ejemplo, para combinar los archivos *shallow0.nc* y *shallow1.nc*, tipear:

```
> ncrcat shallow0.nc shallow1.nc shallowtot.nc
```

Esto creará un nuevo archivo denominado *shallowtot.nc* conteniendo la información de *shallow0.nc* y de *shallow1.nc*.

4. Análisis de las soluciones

Los archivos de salida pueden ser manipulados con aplicaciones como *GrADS*, *MATLAB* y *Ferret*. Las mismas permiten generar cálculos y gráficos más complejos con las salidas del modelo. Para iniciar *GraDS*, ubicarse en el directorio deseado y tipear:

```
> gradsnc
```

Como respuesta a este comando se deberá seleccionar el aspecto de la pantalla de la aplicación: tipear *no* para el modo *portrait* y *ENTER* para el modo *landscape*. Para abrir un archivo NetCDF tipear:

```
> sdfopen "nombre del archivo".nc
```

Para obtener una descripción del contenido del archivo (variables, tiempos, propiedades del dominio, etc) tipear:

```
> q file
```

para graficar una cierta variable, tipear:

```
> d "nombre de la variable"
```

para limpiar el display para poder generar nuevos gráficos, tipear:

```
> c
```

Para seleccionar un tiempo diferente, tipear:

```
> set t "número de días desde el inicio de la simulación"
```

GraDS permite generar diferentes tipos de gráficos como *shaded*, *vector*, *contour* y *stream*. Estas opciones permiten combinar diferentes variables en un mismo gráfico. Para cambiar de un modo al otro se utiliza el comando *gxout*. Por ejemplo, para cambiar del modo por defecto (contour)al sombreado, se debe tipear:

```
> d "var1"
> set gxout shaded
> d "var2"
```

Esta aplicación también permite definir y calcular nuevas variables, como los valores promedios. Dos ejemplos que pueden ser de utilidad son los promedios zonales y los promedios temporales. Para definir *zmvar*, la media zonal de la variable *var*, se debe tipear:

```
> define "zmvar"=ave("var",lon=0,lon=360)
> d "zmvar"
```

Análogamente, para definir el promedio temporal *mvar* de la variable *var*, entre dos tiempos diferentes $t1$ y $t2$, tipear:

```
> define "mvar"=ave("var",t=t1,t=t2)
> d "mvar"
```

GraDS tiene su propio lenguaje para generar scripts. Durante el curso les serán provistos algunos scripts con cálculos típicos para resolver ejercicios de las prácticas. Para ejecutarestos scripts, tque se identifican por la extensión .gs , se debe tipear:

```
> run "nombre del script".gs
```

Si se desea generar una copia de un gráfico con extensión *.gif*, una vez que la figura está lista se debe tipear:

```
> printim "nombre de la figura".gif gif x800 y600
```

La documentación completa de GraDS se encuentra disponible online en:

http://grads.iges.org/grads/gadoc/index.html.

NOTA: Este documento fue generado con la colaboración del Licenciado Juan Ruiz.

Circulación General - Procesos Atmosféricos de Gran Escala

2.$^{\text{do}}$ Cuatrimestre 2007

Energética del modelo de aguas poco profundas

1. Ecuaciones del modelo y definición de las energías

Las ecuaciones del modelo, en el caso en que el forzante es aplicado a la superficie libre del fluido, pueden escribirse como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} - fv + g\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\kappa_v u \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + fu + g\frac{\partial \eta}{\partial y} = -\kappa_v v \tag{2}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial\left[(H+\eta)\,u\right]}{\partial x} + \frac{\partial\left[(H+\eta)\,v\right]}{\partial y} = -\kappa\left(\eta - \eta_{fr}\right) \tag{3}$$

Como en este sistema η representa una anomalía respecto de la altura de reposo del fluido (H), se asume que $\eta \ll H$ y la *ecuación 3* se simplifica como:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} + \frac{\partial Hv}{\partial y} = -\kappa\left(\eta - \eta_{fr}\right) \tag{4}$$

Bajo la simplificación anterior, la *energía cinética* del fluido por unidad de area será:

$$K = \frac{\rho H}{2}(u^2 + v^2) \tag{5}$$

La *energía potencial* por unidad de area estará dada por:

$$A = \int_{-H}^{\eta} \rho\phi dz = \int_{-H}^{\eta} \rho g z dz = \frac{\rho g}{2}(\eta^2 + H^2) \tag{6}$$

2. Derivación de las ecuaciones de energía para el flujo medio y las perturbaciones

Antes de derivar las ecuaciones de energía es necesario aclarar que en este caso el *flujo medio* estará representado por el promedio zonal de las variables y se usará el subíndice z para identificarlo. Por otro lado, las *perturbaciones* estarán representadas por las anomalías respecto del flujo medio zonal y estarán indicadas por el subíndice e. En los desarrollos matemáticos, el promedio zonal se representará mediante el operador $\langle\rangle$.

2.1. Energía cinética

Para obtener las ecuaciones para la energía cinética del flujo medio y las perturbaciones se parte de las ecuaciones de momento ((1) y (2)). En ellas se realizan los siguientes reemplazos:

$$
\begin{aligned}
u &= u_z + u_e && (7)\\
v &= v_z + v_e && (8)\\
\eta &= \eta_z + \eta_e && (9)
\end{aligned}
$$

Se obtiene en la ecuación de evolución de u:

$$
\frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial u_e}{\partial t} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z\frac{\partial u_e}{\partial x} + u_e\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial u_e}{\partial x} + v_z\frac{\partial u_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial u_e}{\partial y} + v_e\frac{\partial u_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial u_e}{\partial y} - fv_z - fv_e + \\ + g\frac{\partial \eta_z}{\partial x} + g\frac{\partial \eta_e}{\partial x} = -\kappa_v u_z - \kappa_v u_e \quad (10)
$$

y análogamente, en la ecuación de evolución de v:

$$
\frac{\partial v_z}{\partial t} + \frac{\partial v_e}{\partial t} + u_z\frac{\partial v_z}{\partial x} + u_z\frac{\partial v_e}{\partial x} + u_e\frac{\partial v_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial v_e}{\partial x} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\frac{\partial v_e}{\partial y} + v_e\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial v_e}{\partial y} + fu_z + fu_e + \\ + g\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + g\frac{\partial \eta_e}{\partial y} = -\kappa_v v_z - \kappa_v v_e \quad (11)
$$

Promediando zonalmente las *ecuaciones* 10 *y* 11, se obtiene:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial x} + \left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle + v_z\frac{\partial u_z}{\partial y} + \left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle - fv_z + g\frac{\partial \eta_z}{\partial x} &= -\kappa_v u_z && (12)\\
\frac{\partial v_z}{\partial t} + u_z\frac{\partial v_z}{\partial x} + \left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle + v_z\frac{\partial v_z}{\partial y} + \left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle + fu_z + g\frac{\partial \eta_z}{\partial y} &= -\kappa_v v_z && (13)
\end{aligned}
$$

Para obtener la ecuación de la energía cinética del flujo medio, se debe multiplicar a las *ecuaciones* 12 *y* 13 por u_z y v_z, respectivamente. Se obtiene:

$$
\begin{aligned}
u_z\frac{\partial u_z}{\partial t} + {u_z}^2\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_z\left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle + u_z v_z\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z\left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle - fu_z v_z + gu_z\frac{\partial \eta_z}{\partial x} &= -\kappa_v {u_z}^2 && (14)\\
v_z\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_z u_z\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_z\left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle + {v_z}^2\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z\left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle + fu_z v_z + gv_z\frac{\partial \eta_z}{\partial y} &= -\kappa_v {v_z}^2 && (15)
\end{aligned}
$$

Sumando las *ecuaciones* 14 *y* 15 se obtiene:

$$
\frac{\partial[({u_z}^2 + {v_z}^2)/2]}{\partial t} + u_z\frac{\partial[({u_z}^2 + {v_z}^2)/2]}{\partial x} + v_z\frac{\partial[({u_z}^2 + {v_z}^2)/2]}{\partial y} + gu_z\frac{\partial \eta_z}{\partial x} + gv_z\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + \\ + u_z\left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle + u_z\left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle + v_z\left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle + v_z\left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa_v v_z - \kappa_v v_e \quad (16)
$$

En la *ecuación* 16, los 4 términos previos al signo igual pueden escribirse en notación de Einstein como: $u_{zi}\left\langle u_{ej}\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_j}\right\rangle$ $(i,j=1,2)$. Este término puede desarrollarse de la siguiente manera:

$$u_{zi}\left\langle u_{ej}\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_j}\right\rangle = \left\langle \frac{\partial (u_{zi}u_{ei}u_{ej})}{\partial x_j}\right\rangle - u_{zi}\left\langle u_{ei}\frac{\partial u_{ej}}{\partial x_j}\right\rangle - \frac{\partial u_{zi}}{\partial x_j}\langle u_{ei}u_{ej}\rangle \tag{17}$$

Usando la *ecuación* 17, la *ecuación* 16 puede escribirse en notación de Einstein como:

$$\begin{aligned}\frac{\partial[{u_{zi}}^2/2]}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial[{u_{zi}}^2/2]}{\partial x_i} + \left\langle \frac{\partial (u_{zi}u_{ei}u_{ej})}{\partial x_j}\right\rangle - u_{zi}\left\langle u_{ei}\frac{\partial u_{ej}}{\partial x_j}\right\rangle - \frac{\partial u_{zi}}{\partial x_j}\langle u_{ei}u_{ej}\rangle +& \\ +gu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} = -\kappa_v {u_{zi}}^2&\end{aligned} \tag{18}$$

Para calcular la ecuación de la energía cinética de las perturbaciones se debe retener a partir de las *ecuaciones* 10 *y* 11 la parte puramente perturbada. Para ello, se debe calcular $(10)-(12)$ y $(11)-(13)$. Se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u_e}{\partial t} + u_z\frac{\partial u_e}{\partial x} + u_e\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial u_e}{\partial x} + v_z\frac{\partial u_e}{\partial y} + v_e\frac{\partial u_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial u_e}{\partial y} - fv_e + g\frac{\partial \eta_e}{\partial x} +& \\ -\left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle - \left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle &= -\kappa_v u_e \quad (19)\\ \frac{\partial v_e}{\partial t} + u_z\frac{\partial v_e}{\partial x} + u_e\frac{\partial v_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial v_e}{\partial x} + v_z\frac{\partial v_e}{\partial y} + v_e\frac{\partial v_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial v_e}{\partial y} + fu_e + g\frac{\partial \eta_e}{\partial y} +& \\ -\left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle - \left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle &= -\kappa_v v_e \quad (20)\end{aligned}$$

A continuación se debe multiplicar a las *ecuaciones* 19 *y* 20 por u_e y v_e, respectivamente. Se obtiene:

$$\begin{aligned}u_e\frac{\partial u_e}{\partial t} + u_eu_z\frac{\partial u_e}{\partial x} + {u_e}^2\frac{\partial u_z}{\partial x} + {u_e}^2\frac{\partial u_e}{\partial x} + u_ev_z\frac{\partial u_e}{\partial y} + u_ev_e\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_ev_e\frac{\partial u_e}{\partial y} - fu_ev_e + gu_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x} +& \\ -u_e\left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle - u_e\left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa_v {u_e}^2&\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}v_e\frac{\partial v_e}{\partial t} + v_eu_z\frac{\partial v_e}{\partial x} + v_eu_e\frac{\partial v_z}{\partial x} + v_eu_e\frac{\partial v_e}{\partial x} + v_ev_z\frac{\partial v_e}{\partial y} + {v_e}^2\frac{\partial v_z}{\partial y} + {v_e}^2\frac{\partial v_e}{\partial y} + fu_ev_e + gv_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y} +& \\ -v_e\left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle - v_e\left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa_v {v_e}^2&\end{aligned} \tag{22}$$

Sumando las *ecuaciones* 21 *y* 22 se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial[({u_e}^2+{v_e}^2)/2]}{\partial t} &+ u_z\frac{\partial[({u_e}^2+{v_e}^2)/2]}{\partial x} + v_z\frac{\partial[({u_e}^2+{v_e}^2)/2]}{\partial y} + u_e\frac{\partial[({u_e}^2+{v_e}^2)/2]}{\partial x} + v_e\frac{\partial[({u_e}^2+{v_e}^2)/2]}{\partial y} + \\ &+ {u_e}^2\frac{\partial u_z}{\partial x} + u_ev_e\frac{\partial u_z}{\partial y} + u_ev_e\frac{\partial v_z}{\partial x} + {v_e}^2\frac{\partial v_z}{\partial y} + gu_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x} + gv_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y} + \\ &- u_e\left\langle u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}\right\rangle - u_e\left\langle v_e\frac{\partial u_e}{\partial y}\right\rangle - v_e\left\langle u_e\frac{\partial v_e}{\partial x}\right\rangle - v_e\left\langle v_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa_v({u_e}^2+{v_e}^2)\end{aligned} \tag{23}$$

Que puede ser escrita en notación de Einstein como:

$$\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial t}+u_{zi}\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial x_i}+u_{ei}\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial x_i}+u_{ei}u_{ej}\frac{\partial u_{zi}}{\partial xj}+gu_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial xi}-u_{ei}\left\langle u_ej\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_j}\right\rangle=-\kappa_v {u_{ei}}^2 \quad (24)$$

y al promediarla zonalmente se obtiene:

$$\left\langle\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial t}\right\rangle+u_{zi}\left\langle\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial x_i}\right\rangle+\left\langle u_{ei}\frac{\partial[{u_{ei}}^2/2]}{\partial x_i}\right\rangle+\langle u_{ei}u_{ej}\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial xj}+g\left\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial xi}\right\rangle=-\kappa_v\left\langle {u_{ei}}^2\right\rangle \quad (25)$$

Multiplicando las *ecuaciones* 18 *y* 25 por ρH se obtiene:

Energía cinética del flujo medio:

$$\frac{\partial K_z}{\partial t}+u_{zi}\frac{\partial K_z}{\partial x_i}+\rho H\left\langle\frac{\partial(u_{zi}u_{ei}u_{ej})}{\partial x_j}\right\rangle-\rho H u_{zi}\left\langle u_{ei}\frac{\partial u_{ej}}{\partial x_j}\right\rangle-\rho H\langle u_{ei}u_{ej}\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_j}+\rho g H u_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}=-\rho H\kappa_v {u_{zi}}^2 \quad (26)$$

Energía cinética media de las perturbaciones:

$$\left\langle\frac{\partial K_e}{\partial t}\right\rangle+u_{zi}\left\langle\frac{\partial K_e}{\partial x_i}\right\rangle+\left\langle u_{ei}\frac{\partial K_e}{\partial x_i}\right\rangle+\rho H\langle u_{ei}u_{ej}\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial xj}+\rho g H\left\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial xi}\right\rangle=-\rho H\kappa_v\left\langle {u_{ei}}^2\right\rangle \quad (27)$$

2.2. Energía potencial

Para obtener las ecuaciones para la energía potencial del flujo medio y las perturbaciones se parte de la ecuación de evolución de η (3). En ella se realizan los siguientes reemplazos:

$$u = u_z+u_e \quad (28)$$
$$v = v_z+v_e \quad (29)$$
$$\eta = \eta_z+\eta_e \quad (30)$$

Se obtiene:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \eta_z}{\partial t}+\frac{\partial \eta_e}{\partial t}+H(\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial y})+H(\frac{\partial u_e}{\partial x}+\frac{\partial v_e}{\partial y})+\eta_z(\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial y})+\eta_z(\frac{\partial u_e}{\partial x}+\frac{\partial v_e}{\partial y})+\\ +\eta_e(\frac{\partial u_z}{\partial x}+\frac{\partial v_z}{\partial y})+\eta_e(\frac{\partial u_e}{\partial x}+\frac{\partial v_e}{\partial y})+u_z\frac{\partial \eta_z}{\partial x}+u_z\frac{\partial \eta_e}{\partial x}+u_e\frac{\partial \eta_z}{\partial x}+\\ +u_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x}+v_z\frac{\partial \eta_z}{\partial y}+v_z\frac{\partial \eta_e}{\partial y}+v_e\frac{\partial \eta_z}{\partial y}+v_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y}=-\kappa\left(\eta_z+\eta_e-\eta_{fr}\right)\end{aligned} \quad (31)$$

Promediando zonalmente la ecuación anterior se obtiene:

$$\frac{\partial \eta_z}{\partial t} + H\frac{\partial u_z}{\partial x} + H\frac{\partial v_z}{\partial y} + \eta_z(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) + \left\langle \eta_e\frac{\partial u_e}{\partial x} + \eta_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle + u_z\frac{\partial \eta_z}{\partial x} + v_z\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + \\ + \left\langle u_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x} + v_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa\left(\eta_z - \langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (32)$$

y luego se multiplica el resultado por η_z, obteniendose:

$$\eta_z\frac{\partial \eta_z}{\partial t} + H\eta_z\frac{\partial u_z}{\partial x} + H\eta_z\frac{\partial v_z}{\partial y} + {\eta_z}^2(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) + \eta_z\left\langle \eta_e\frac{\partial u_e}{\partial x} + \eta_e\frac{\partial v_e}{\partial y}\right\rangle + \eta_z u_z\frac{\partial \eta_z}{\partial \times} + \eta_z v_z\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + \\ + \eta_z\left\langle u_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x} + v_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y}\right\rangle = -\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (33)$$

reordenando los términos:

$$\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial t} + u_z\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial x} + v_z\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial y} + \eta_z\left\langle\frac{\partial(u_e\eta_e)}{\partial x} + \frac{\partial v_e\eta_e}{\partial y}\right\rangle + H\eta_z(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) + \\ + {\eta_z}^2(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) = -\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (34)$$

Escrita en notación de Einstein resulta:

$$\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial x_i} + \eta_z\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle + H\eta_z\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} + {\eta_z}^2\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} = -\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (35)$$

Usando que : $\eta_z\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle = \left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_z\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle - \langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial eta_z}{\partial x_i}$ se reescribe como:

$$\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial x_i} + \left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_z\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle - \langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial eta_z}{\partial x_i} + H\eta_z\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} + {\eta_z}^2\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} = -\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (36)$$

Usando que : $H\eta_z\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} = H\frac{\partial(\eta_z u_{zi})}{\partial x_i} - Hu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}$ y que $\eta \ll H$ se reescribe como:

$$\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial({\eta_z}^2/2)}{\partial x_i} + \left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_z\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle - \langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial eta_z}{\partial x_i} + H\frac{\partial(\eta_z u_{zi})}{\partial x_i} - Hu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} = -\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (37)$$

Para calcular la ecuación de la energía potencial de las perturbaciones se debe retener a partir de la *ecuación* 31 la parte puramente perturbada. Para ello, se debe calcular (31) − (32). Se obtiene:

$$\frac{\partial \eta_e}{\partial t} + H(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y}) + \eta_z(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y}) + \eta_e(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) + \eta_e(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y}) + u_z\frac{\partial \eta_e}{\partial x} + \\ + u_e\frac{\partial \eta_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial \eta_e}{\partial x} + v_z\frac{\partial \eta_e}{\partial y} + v_e\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial \eta_e}{\partial y} - \left\langle\frac{\partial(u_e\eta_e)}{\partial x} + \frac{\partial(v_e\eta_e)}{\partial y}\right\rangle = -\kappa\left(\eta_e - \eta_{fr} + \langle\eta_{fr}\rangle\right) \qquad (38)$$

Luego se multiplica la ecuación anterior por η_e, obteniéndose:

$$\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial t} + H\eta_e(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y}) + \eta_z\eta_e(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y}) + {\eta_e}^2(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial y}) + {\eta_e}^2(\frac{\partial u_e}{\partial x} + \frac{\partial v_e}{\partial y})$$
$$+u_z\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x} + u_e\eta_e\frac{\partial \eta_z}{\partial x} + u_e\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x} + v_z\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial y} +$$
$$+v_e\eta_e\frac{\partial \eta_z}{\partial y} + v_e\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial y} - \eta_e\left\langle\frac{\partial(u_e\eta_e)}{\partial x} + \frac{\partial(v_e\eta_e)}{\partial y}\right\rangle = -\kappa\left({\eta_e}^2 - \eta_e\eta_{fr} + \eta_e\left\langle\eta_{fr}\right\rangle\right) \quad (39)$$

La ecuación anterior puede escribirse en notación de Einstein como:

$$\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i} + u_{ei}\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i} + u_{ei}\eta_e\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} + H\eta_e\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i} + \eta_z\eta_e\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i} + {\eta_e}^2\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} +$$
$$+{\eta_e}^2\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i} - \eta_e\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle = -\kappa\left({\eta_e}^2 - \eta_e\eta_{fr} + \eta_e\left\langle\eta_{fr}\right\rangle\right) \quad (40)$$

Usando que $\eta_e\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i} = \frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i} - u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial x_i}$ y asumiendo $\eta_z \ll H$, se simplifica como:

$$\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial t} + u_{zi}\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i} + u_{ei}\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i} + u_{ei}\eta_e\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} + Hpd(u_{ei}\eta_e)x_i - Hu_{ei}\frac{\partial \eta_e)}{\partial x_i} +$$
$$+{\eta_e}^2\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} + {\eta_e}^2\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i} - \eta_e\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle = -\kappa\left({\eta_e}^2 - \eta_e\eta_{fr} + \eta_e\left\langle\eta_{fr}\right\rangle\right) \quad (41)$$

y al promediarla zonalmente se obtiene:

$$\langle\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial t}\rangle + u_{zi}\langle\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i}\rangle + \langle u_{ei}\frac{\partial({\eta_e}^2/2)}{\partial x_i}\rangle + \langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} + H\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\rangle +$$
$$-H\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial x_i}\rangle + \langle{\eta_e}^2\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} + \langle{\eta_e}^2\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i}\rangle = -\kappa\left(\langle{\eta_e}^2\rangle - \langle\eta_e\eta_{fr}\rangle\right) \quad (42)$$

Multiplicando las *ecuaciones* 37 *y* 42 por ρg se obtiene:

Energía potencial del flujo medio:

$$\frac{\partial A_z}{\partial t}+u_{zi}\frac{\partial A_z}{\partial \times_i}+\rho g\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_z\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle-\rho g\left\langle u_{ei}\eta_e\right\rangle\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}+\rho gH\frac{\partial(\eta_z u_{zi})}{\partial x_i}-\rho gHu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} = -\rho g\kappa\left({\eta_z}^2 - \eta_z\left\langle\eta_{fr}\right\rangle\right) \quad (43)$$

Energía potencial media de las perturbaciones:

$$\langle\frac{\partial A_e}{\partial t}\rangle + u_{zi}\langle\frac{\partial A_e}{\partial x_i}\rangle + \langle u_{ei}\frac{\partial A_e}{\partial x_i}\rangle + \rho g\langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} + \rho gH\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\rangle - \rho gH\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial x_i}\rangle +$$
$$+\rho g\langle{\eta_e}^2\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i} + \rho g\langle{\eta_e}^2\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i}\rangle = -\rho g\kappa\left(\langle{\eta_e}^2\rangle - \langle\eta_e\eta_{fr}\rangle\right) \quad (44)$$

2.3. Términos de conversión de energía

Para esta práctica, la idea es concentrarse en la evolución de las distintas energías y en el rol de los términos de conversión. Las ecuaciones en su forma final son:

Energía cinética del flujo medio

$$\frac{\partial K_z}{\partial t}+u_{zi}\frac{\partial K_z}{\partial x_i}+\rho H\left\langle\frac{\partial(u_{zi}u_{ei}u_{ej})}{\partial x_j}\right\rangle-\rho Hu_{zi}\left\langle u_{ei}\frac{\partial u_{ej}}{\partial x_j}\right\rangle-\rho H\left\langle u_{ei}u_{ej}\right\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_j}+\rho gHu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}=-\rho H\kappa_v {u_{zi}}^2 \tag{45}$$

Energía cinética media de las perturbaciones

$$\left\langle\frac{\partial K_e}{\partial t}\right\rangle+u_{zi}\left\langle\frac{\partial K_e}{\partial x_i}\right\rangle+\left\langle u_{ei}\frac{\partial K_e}{\partial x_i}\right\rangle+\rho H\left\langle u_{ei}u_{ej}\right\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial xj}+\rho gH\left\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial xi}\right\rangle=-\rho H\kappa_v\left\langle {u_{ei}}^2\right\rangle \tag{46}$$

Energía potencial del flujo medio

$$\frac{\partial A_z}{\partial t}+u_{zi}\frac{\partial A_z}{\partial \times_i}+\rho g\left\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_z\eta_e)}{\partial x_i}\right\rangle-\rho g\left\langle u_{ei}\eta_e\right\rangle\frac{\partial eta_z}{\partial x_i}+\rho gH\frac{\partial(\eta_z u_{zi})}{\partial x_i}-\rho gHu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}=-\rho g\kappa\left({\eta_z}^2-\eta_z\left\langle\eta_{fr}\right\rangle\right) \tag{47}$$

Energía potencial media de las perturbaciones

$$\begin{aligned}\langle\frac{\partial A_e}{\partial t}\rangle+u_{zi}\langle\frac{\partial A_e}{\partial x_i}\rangle+\langle u_{ei}\frac{\partial A_e}{\partial x_i}\rangle+\rho g\langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i}+\rho gH\langle\frac{\partial(u_{ei}\eta_e)}{\partial x_i}\rangle-\rho gH\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial x_i}\rangle+\\+\rho g\langle{\eta_e}^2\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_i}+\rho g\langle{\eta_e}^2\frac{\partial u_{ei}}{\partial x_i}\rangle=-\rho g\kappa\left(\langle{\eta_e}^2\rangle-\langle\eta_e\eta_{fr}\rangle\right)\end{aligned} \tag{48}$$

Estas ecuaciones fueron formuladas de manera que los términos de conversión de energía son fácilmente identificables:

Conversión $A_z \rightarrow K_z$

$$CZ=C(A_z,K_z)=-\rho gHu_{zi}\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} \tag{49}$$

Conversión $K_e \rightarrow K_z$

$$CK=C(K_e,K_z)=\rho H\left\langle u_{ei}u_{ej}\right\rangle\frac{\partial u_{zi}}{\partial x_j} \tag{50}$$

Conversión $A_z \rightarrow A_e$

$$CA=C(A_z,A_e)=-\rho g\langle u_{ei}\eta_e\rangle\frac{\partial \eta_z}{\partial x_i} \tag{51}$$

Conversión $A_e \rightarrow K_e$

$$CE=C(A_e,K_e)=-\rho gH\langle u_{ei}\frac{\partial \eta_e}{\partial x_i}\rangle \tag{52}$$

En general, todos los términos pueden ser fácilmente identificables con los que conforman el ciclo energético de Lorenz (James, p.135). El único término que merece una descripción especial es CE, ya que en realidad representa efectos que son despreciados en el ciclo de Lorenz antes mencionado.

Para entender mejor el significado físico de este término, nos basaremos en el análisis de Orlanski y Katzfey (1991). En este trabajo se muestra que un término del tipo $-\vec{V}\bullet\nabla\phi$ representa el efecto dominante en la evolución de la energía cinética de las perturbaciones. El trabajo muestra cómo este término se vincula con los flujos ageostróficos.

Si se considera el efecto integral de dicho término en toda la capa de fluido, puede escribirse como:$-\nabla \bullet (\vec{V}\phi)$, que coincide exactamente con: $-\nabla \bullet (\vec{V_a}\phi)$, donde $\vec{V_a}\phi$ es el flujo ageostrófico de geopotencial. Esto evidencia que las regiones de convergencia o divergencia de este flujo implican un intercambio entre energía potencial y cinética de las perturbaciones. Los autores muestran que estos flujos explican la transferencia de energía de un centro a otro.

En la expresión del término CE para el modelo de aguas poco profundas queda explícito que el mismo se relaciona con los flujos que atraviezan las isohipsas, es decir, con flujos ageostróficos.